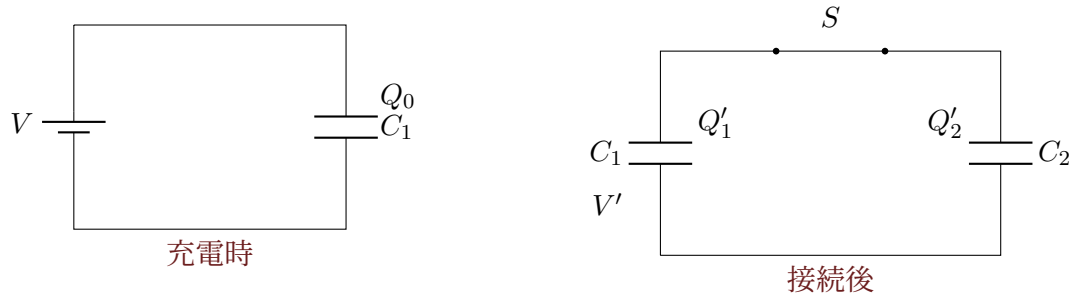


## 問題

### 問題 1

図のように、はじめコンデンサ  $C_1$  を電池の電圧  $V$  で十分に充電した。その後、電池を取り外し、電荷をもたないコンデンサ  $C_2$  を接続して、スイッチ  $S$  を閉じた。十分時間がたった後、両コンデンサの両端の電位差を  $V'$ 、コンデンサ  $C_1, C_2$  に蓄えられた電荷をそれぞれ  $Q'_1, Q'_2$  とする。ただし、導線やスイッチには電荷は蓄えられず、外部への電荷の逃げはないものとする。



1. 電池で十分に充電した直後、コンデンサ  $C_1$  に蓄えられていた電荷  $Q_0$  を、 $C_1, V$  を用いて表せ。
2. スイッチ  $S$  を閉じて十分時間がたった後の共通の電位差  $V'$  を、 $C_1, C_2, V$  を用いて表せ。
3. 十分時間がたった後の  $Q'_1, Q'_2$  を、 $C_1, C_2, V$  を用いて表せ。

[20 点]

## 解答・解説

---

---

### 問題 1 の解答

1. 充電直後の  $C_1$  の電荷

コンデンサの電荷、電気容量、電位差の関係は

$$Q = CV$$

である。したがって、電圧  $V$  の電池で十分に充電された  $C_1$  に蓄えられていた電荷  $Q_0$  は

$$Q_0 = C_1V$$

である。

2. 十分時間がたった後の共通電位差

電池を取り外した後は、回路全体が外部から孤立している。そのため、最初に  $C_1$  に蓄えられていた電荷の総量が保存される。

スイッチ  $S$  を閉じると、 $C_1$  と  $C_2$  は同じ二つの導体の間に接続される。したがって、十分時間がたった後、両コンデンサの電位差は等しくなり、これを  $V'$  とおける。

このとき、それぞれの電荷は

$$Q'_1 = C_1V'$$

$$Q'_2 = C_2V'$$

である。

電荷保存則より

$$Q_0 = Q'_1 + Q'_2$$

が成り立つ。ここに  $Q_0 = C_1V$ ,  $Q'_1 = C_1V'$ ,  $Q'_2 = C_2V'$  を代入すると、

$$C_1V = C_1V' + C_2V'$$

$$C_1V = (C_1 + C_2)V'$$

となる。したがって、

$$V' = \frac{C_1}{C_1 + C_2}V$$

である。

3. 十分時間がたった後の各コンデンサの電荷

$Q'_1 = C_1 V'$  より、

$$Q'_1 = C_1 \cdot \frac{C_1}{C_1 + C_2} V$$

$$Q'_1 = \frac{C_1^2}{C_1 + C_2} V$$

である。

また、 $Q'_2 = C_2 V'$  より、

$$Q'_2 = C_2 \cdot \frac{C_1}{C_1 + C_2} V$$

$$Q'_2 = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} V$$

である。

まとめると

$$Q_0 = C_1 V \quad V' = \frac{C_1}{C_1 + C_2} V$$

$$Q'_1 = \frac{C_1^2}{C_1 + C_2} V, \quad Q'_2 = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} V$$

である。

**ポイント：** この問題では、電池を取り外した後の回路を考えているため、保存されるのは電圧ではなく、孤立した導体系全体の電荷である。スイッチを閉じた後は、 $C_1$  と  $C_2$  の電位差が等しくなることと、全電荷が保存されることを組み合わせて考える。