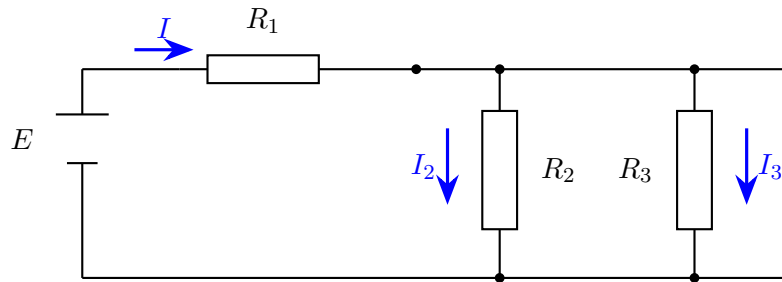


問題

問題 1

起電力 E の直流電源に、抵抗 R_1 が直列に接続され、その後に抵抗 R_2 と R_3 が並列に接続されている。電源の内部抵抗は無視できるものとする。図のように、回路全体を流れる電流の大きさを I 、 R_2 を流れる電流の大きさを I_2 、 R_3 を流れる電流の大きさを I_3 とする。 R_1, R_2, R_3 はすべて正の定数である。[25 点]



1. 回路全体の合成抵抗 R を R_1, R_2, R_3 を用いて表せ。
2. 回路全体を流れる電流の大きさ I を E, R_1, R_2, R_3 を用いて表せ。
3. 並列部分にかかる電圧の大きさ V を E, R_1, R_2, R_3 を用いて表せ。
4. 枝電流の大きさ I_2, I_3 を E, R_1, R_2, R_3 を用いて表せ。
5. 抵抗 R_2 で消費される電力 P_2 を E, R_1, R_2, R_3 を用いて表せ。

解答・解説

問題 1 の解答

1. まず、 R_2 と R_3 は同じ 2 点間に接続されているので並列接続である。したがって、並列部分の合成抵抗を R_{23} とすると、

$$\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

より、

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

である。これが R_1 と直列に接続されているので、回路全体の合成抵抗 R は

$$R = R_1 + R_{23}$$

である。したがって、

$$R = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

となる。通分すると、

$$R = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

である。

2. オームの法則より、回路全体を流れる電流の大きさ I は

$$I = \frac{E}{R}$$

である。(1) の結果を代入すると、

$$I = \frac{E}{\frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_2 + R_3}}$$

よって、

$$I = \frac{E(R_2 + R_3)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

である。

3. 並列部分にかかる電圧の大きさを V とする。並列部分の合成抵抗は R_{23} なので、

$$V = I R_{23}$$

である。ここに

$$I = \frac{E(R_2 + R_3)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}, \quad R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

を代入すると,

$$V = \frac{E(R_2 + R_3)}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3} \cdot \frac{R_2R_3}{R_2 + R_3}$$

となる。約分して,

$$V = \frac{ER_2R_3}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}$$

である。

4. 並列接続では, R_2 と R_3 にかかる電圧の大きさは等しく, どちらも V である。したがって,

$$I_2 = \frac{V}{R_2}, \quad I_3 = \frac{V}{R_3}$$

である。(3) の結果

$$V = \frac{ER_2R_3}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}$$

を代入すると,

$$I_2 = \frac{ER_3}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}, \quad I_3 = \frac{ER_2}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}$$

となる。

5. 抵抗 R_2 で消費される電力は

$$P_2 = I_2^2 R_2$$

である。(4) の結果を用いると,

$$P_2 = \left(\frac{ER_3}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3} \right)^2 R_2$$

したがって,

$$P_2 = \frac{E^2 R_2 R_3^2}{(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)^2}$$

である。