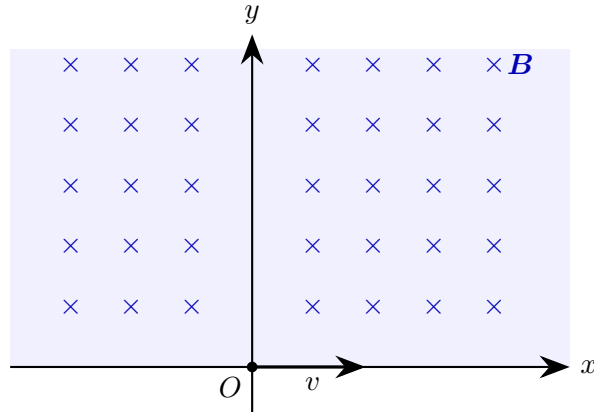


## 問題

### 問題 1

質量  $m$ 、電荷  $q$  ( $q > 0$ ) をもつ粒子が、点  $O$  から速さ  $v$  で  $x$  軸正の向きに入射する。領域  $y > 0$  には、紙面の裏向きに一様な磁束密度  $B$  の磁場が存在している。重力および空気抵抗は無視できるものとする。粒子が次に  $y$  軸上に到達する点を  $P$  とする。次の各問いに答えよ。解答はすべて文字式で表せ。[20 点]



1. 入射直後に粒子が受けるローレンツ力の大きさと向きを答えよ。
2. 粒子の軌道半径  $r$  を求めよ。
3. 粒子の角速度  $\omega$  と周期  $T$  を求めよ。
4. 粒子が点  $P$  に到達するまでの時間  $t$  と、距離  $OP$  を求めよ。

## 解答・解説

### 問題 1 の解答

1. ローレンツ力は

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

で与えられる。

ここで、速度  $\mathbf{v}$  は  $x$  軸正の向き、磁場  $\mathbf{B}$  は紙面の裏向きである。したがって、右ねじの規則より  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  の向きは  $y$  軸正の向きとなる。さらに  $q > 0$  なので、ローレンツ力の向きも  $y$  軸正の向きである。

また、 $\mathbf{v}$  と  $\mathbf{B}$  は互いに垂直であるから、大きさは

$$F = qvB$$

である。

よって、

$$\text{大きさ } qvB, \quad \text{向き } y\text{軸正の向き}$$

となる。

2. ローレンツ力は常に速度に垂直に働くため、粒子の速さは一定のまま、運動方向だけが変化する。したがって粒子は等速円運動をする。

このとき、ローレンツ力が向心力となるので、

$$qvB = \frac{mv^2}{r}$$

が成り立つ。

これを  $r$  について解くと、

$$r = \frac{mv}{qB}$$

である。

3. 等速円運動では

$$v = r\omega$$

であるから、

$$\omega = \frac{v}{r}$$

となる。ここに

$$r = \frac{mv}{qB}$$

を代入すると、

$$\omega = \frac{v}{\frac{mv}{qB}} = \frac{qB}{m}$$

である。

周期  $T$  は

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

より、

$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$

となる。

よって、

$$\omega = \frac{qB}{m}, \quad T = \frac{2\pi m}{qB}$$

である。

4. 入射直後、粒子は  $y$  軸正の向きに力を受けるので、円軌道の中心は点  $O$  の真上にある。したがって、粒子が次に  $y$  軸上に到達する点  $P$  は、円軌道の反対側の点であり、粒子は半円分だけ運動する。

よって、点  $P$  に到達するまでの時間  $t$  は周期の半分であるから、

$$t = \frac{T}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi m}{qB} = \frac{\pi m}{qB}$$

となる。

また、 $OP$  は円の直径に等しいので、

$$OP = 2r = 2 \cdot \frac{mv}{qB} = \frac{2mv}{qB}$$

である。

したがって、

$$t = \frac{\pi m}{qB}, \quad OP = \frac{2mv}{qB}$$

となる。

このように、ローレンツ力は速さを変えずに進行方向のみを変えるため、磁場中では等速円運動が生じる。磁場  $B$  が大きいほど曲がりやすくなって半径は小さくなり、速さ  $v$  が大きいほど曲がりにくくなって半径は大きくなる。